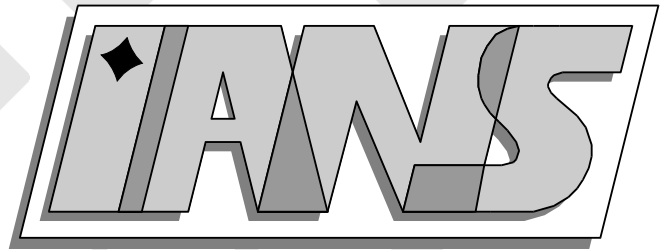


**Universität  
Stuttgart**



---

Workshop on  
**Fast Boundary Element Methods in  
Industrial Applications**

Söllerhaus, 15.–18.10.2003

U. Langer, O. Steinbach, W. L. Wendland (eds.)

---

**Berichte aus dem Institut für  
Angewandte Analysis und Numerische Simulation**



**Universität Stuttgart**

---

Workshop on  
**Fast Boundary Element Methods in  
Industrial Applications**

Söllerhaus, 15.–18.10.2003

U. Langer, O. Steinbach, W. L. Wendland (eds.)

---

**Berichte aus dem Institut für  
Angewandte Analysis und Numerische Simulation**

Book of Abstracts 2003/018

Institut für Angewandte Analysis und Numerische Simulation (IANS)  
Fakultät Mathematik und Physik  
Fachbereich Mathematik  
Pfaffenwaldring 57  
D-70 569 Stuttgart

**E-Mail:** [ians-preprints@mathematik.uni-stuttgart.de](mailto:ians-preprints@mathematik.uni-stuttgart.de)  
**WWW:** <http://preprints.ians.uni-stuttgart.de>

ISSN **1611-4176**

© Alle Rechte vorbehalten. Nachdruck nur mit Genehmigung des Autors.  
IANS-Logo: Andreas Klimke.  $\LaTeX$ -Style: Winfried Geis, Thomas Merkle.

## Programm

Mittwoch, 15.10.2003	
15.40–15.45	Eröffnung
15.45–16.15	V. Rischmüller (Robert Bosch GmbH, Stuttgart) Numerik im Einsatz – Simulation elektromechanischer Systeme im industriellen Umfeld
16.15–16.45	D. Pusch (Universität Linz) Algebraic multigrid preconditioners for Adaptive Cross Approximated boundary element matrices
16.45–17.15	Pause
17.15–17.45	S. Kurz (Universität der Bundeswehr, Hamburg) Discretization of the double curl equation by discrete differential forms and collocation techniques I
17.45–18.15	O. Rain (Robert Bosch GmbH, Stuttgart) Discretization of the double curl equation by discrete differential forms and collocation techniques II
18.30	Abendessen
Donnerstag, 16.10.2003	
9.00–9.30	R. Hiptmair (ETH Zürich) A coercive combined field integral equation for electromagnetic scattering
9.30–10.00	A. Buchau (Universität Stuttgart) FMM based solution of electrostatic and magnetostatic field problems
10.00–10.30	U. Kaehler (TU Chemnitz) Wavelet based matrix compression for boundary integral equations on complex geometries
10.30–11.00	Pause
11.00–11.30	Z. Andjelic (ABB Schweiz AG) Fast BEM in Power Devices Simulation
11.30–12.00	J. Breuer (Universität Stuttgart) Modellierung der Temperaturverteilung bei der Luftkühlung von elektrischen Schaltanlagen
12.30	Mittag
15.30–16.00	R. Sonnenschein (DaimlerChrysler Forschung, Dornier GmbH) Simulation der Sprühlackierung von Fahrzeugen
16.00–16.30	G. Of (Universität Stuttgart) Die Multipol–Randelementmethode in industriellen Anwendungen
16.30–17.00	Pause
17.00–17.30	K. Kolk (Universität Erlangen) Analyse von 3D Rissproblemen mit der BEM unter Verwendung der Multipole Methode
17.30–18.00	H. Harbrecht (Universität Kiel) Shape optimization using wavelet BEM
18.30	Abendessen
20.00–	Diskussion

Freitag, 17.10.2003	
9.00–9.30	M. Fischer (Universität Stuttgart) Fast Multipole BEM for structural–acoustics simulation
9.30–10.00	M. Stolper (Universität des Saarlandes) A new numerical scheme for the Dirichlet BVP for the Helmholtz equation based on the Fourier transform
10.00–10.30	Pause
10.30–11.00	F. Duddeck (BMW Forschungszentrum, München) The Fourier transformed Boundary Element Method – an alternative formulation of problems where the fundamental solution is not known analytically
11.00–11.30	V. Rutka (ITWM, Kaiserslautern) EJIIM for boundary value problems in 3D elastic microstructures
12.00–13.00	Mittag
13.00–18.00	Wanderung
18.30	Abendessen
Sonnabend, 18.10.2003	
9.00–9.30	J. Ostrowski (ABB Schweiz AG) Fast evaluation of boundary integral operators arising from an eddy current problem
9.30–10.00	B. Khoromskij (MPI für Mathematik, Leipzig) Direct Schur complement method by domain decomposition via the $\mathcal{H}$ –matrix technique
10.00–10.30	M. Bebendorf (Universität Leipzig) Fast parallel solution of boundary integral equations and related problems
10.30–11.00	Pause
11.00–11.30	M. Maischak (Universität Hannover) Die Anwendung der FEM–BEM Kopplungsmethode in einer industrierelevanten Simulation
11.30–12.00	R. Schneider (Universität Kiel) Adaptive Wavelet based fast solution of BEM
12.00	Ende des Workshops

## **Fast BEM in Power Devices Simulation**

Z. Andjelic

ABB Schweiz AG, Deattwill

A simulation of the power devices like transformers or switchgears requires usage of efficient numerical tools being able to capture both the real world geometry and complex physical phenomena. The presentation encounters some experiences when using BEM for analysis of the problems in dielectric design (potential problems) and electro–mechanical–thermal design (diffusion problems). Basic features of the MBIT based method used for analysis are outlined, together with some numerical examples from ABB engineering praxis.

## Fast Parallel Solution of Boundary Integral Equations and Related Problems

M. Bebendorf

Universität Leipzig

This talk is concerned with the efficient numerical solution of Fredholm integral equations on a parallel computer. A naive parallelization of both generating the hierarchical ( $\mathcal{H}$ -) matrix using ACA and multiplying the  $\mathcal{H}$ -approximant blockwise by a vector does not lead to competitive speedups. Scheduling algorithms for these problems are presented which guarantee an overall complexity of  $O(p^{-1}n \log^{d+1} n)$ , where  $p$  is the number of processors and  $n$  the number of unknowns.



# Modellierung der Temperaturverteilung bei der Luftkühlung von elektrischen Schaltanlagen<sup>1</sup>

J. Breuer

Universität Stuttgart

Betrachtet wird eine industrielle elektrische Schaltanlage, die mit Wechselströmen betrieben wird. Aufgrund von Reibungsverlusten der primären Ströme und der Induktionsströme durch die Leiterelemente der Anlage wird Wärme im Inneren des leitenden Teils erzeugt und über die Oberfläche an die Umgebung abgegeben. Eine zu hohe Temperatur an einer kritischen Stelle der Anlage kann zum Versagen der Anlage führen. Zur Kühlung des Bauteils wird deshalb eine äußere Luftströmung verwendet.

Ausgehend von einem Wirbelstrommodell der Maxwell-Gleichungen kann das elektrische Feld mit Hilfe einer Randelementmethode durch Einprägen der vorgegebenen Stromstärke  $I$  mit der Wechselstromfrequenz  $f$  berechnet werden. Die Jouleschen Verluste des elektrischen Feldes bestimmen die Wärmequellen im Inneren des Leiters.

Zur Modellierung der Temperaturverteilung im Leiter wird die inhomogene Wärmeleitungsgleichung im Inneren mit einem Temperatur- bzw. Strömungsmodell im Außenraum gekoppelt. Im einfachsten Fall kann dies durch Vorgabe einer geeigneten Randbedingung geschehen. Bei einem Modell mit Strömung werden die Navier-Stokes-Gleichungen durch einfachere Grenzschichtgleichungen ersetzt.

---

<sup>1</sup>BMBF-Projekt "Fenster-Techniken für elektromagnetische Analysen an Geräten der elektrischen Energietechnik" in Zusammenarbeit mit ABB Corporate Research.

## **FMM based solution of electrostatic and magnetostatic field problems**

A. Buchau, W. Hafla, F. Groh, W. M. Rucker  
Universität Stuttgart

In this paper the boundary element method in combination with the fast multipole method is applied to solve practical electrostatic and magnetostatic field problems efficiently. Firstly it is shown, how a practical problem is typically modeled with second order boundary elements. In this context the use of adaptive meshes is discussed. Starting from the given discretization of the problem some modifications of the fast multipole method are presented to ensure numerical stability and a satisfactory convergence behavior of the truncated multipole expansions. Additionally some extensions of the classical multipole method are discussed to enable an accurate solution of both direct and indirect BEM formulations with Dirichlet and Neumann boundary conditions. Since the postprocessing is very important in industrial applications, an efficient fast multipole based algorithm is presented to compute the field in a large number of evaluation points. As numerical examples a high-voltage system, a chip on a printed circuit board, a contactor and the static current flow field in a semiconductor are examined. In particular the numerical accuracy and the choice of the parameters of the fast multipole method are discussed.

**The Fourier transformed Boundary Element Method – an alternative  
formulation of problems where the fundamental solution  
is not known analytically**

F. Duddeck

BMW Forschungszentrum, München

To overcome the restriction of boundary element methods (BEM) to cases where fundamental solutions are known, an alternative approach was presented in [1]. This new concept of BEM is based on a spatial Fourier transform of the traditional boundary integral equations (BIE). Only the transform of the fundamental solution is needed and not the fundamental solution itself. In contrast to the latter, the former is available for all linear and homogeneous problems. Hence, the new method, named *Fourier-BEM*, enlarges the applicability of BEM. Cases like three-dimensional, anisotropic media can be treated without general difficulties.

The formulation is obtained by Parseval's theorem which states the equivalence of energy between the standard BEM matrix evaluation and the newly developed Fourier-BEM.

The new approach leads to alternative integral expressions for singular integrals occurring in normal BE-methods. The computation of hyper and strongly singular integrals is in some cases easier than in standard BEM.

- [1] F. Duddeck: *Fourier-BEM*, Springer, Berlin 2002.

## Fast Multipole BEM for Structural–Acoustics Simulation

M. Fischer, L. Gaul  
Universität Stuttgart

The acoustic behaviour is a major concern in product development, since noise level and sound quality strongly influence the customers' buying decision. Structural–acoustics simulation is an important tool to predict the acoustic properties of the new product early in the design phase. The simulation results help to optimise the product, yielding a superior quality and saving time and money. The Boundary Element Method (BEM) is well suited for acoustics computations, offering an excellent accuracy and easy mesh generation. Exterior problems pose no difficulties, since the Sommerfeld radiation condition is implicitly fulfilled. However, the application of the BEM is limited to the low and medium frequency regime by the computing cost. The arising matrices are dense, thus, requiring  $\mathcal{O}(N^2)$  memory. This cost cannot be handled, even for a moderate number of unknowns, by standard implementations. The BEM can be accelerated by employing the Fast Multipole Method (FMM). The key idea is to approximate the fundamental solution at some distance from the source point by a series expansion. The boundary elements are combined in a cluster tree, allowing the efficient evaluation of the matrix–vector product. The resulting complexity of the algorithm is  $\mathcal{O}(N \log^2 N)$ , and thus, much faster than the traditional BEM. In the presented paper, the multipole scheme for the Galerkin BEM is outlined. A diagonal form of the multipole expansion for the Helmholtz equation is derived and the application of the FMM on the boundary integral operators is discussed. The size of the nearfield and the expansion length determine the accuracy of the FMM. Both factors also have a major impact on the computing cost, thus, making the choice of both factors crucial for the efficiency of the method. Numerical examples show the performance of the proposed method and provide guidelines for well-selected parameters.

The major areas of application for the fast multipole BEM are simulations on fine discretisations at high frequencies. Both factors lead to an ill-conditioned system of equations. Since the FMM algorithm must be applied in each iteration, preconditioning of the iterative solution is required for an efficient method. Two suitable preconditioners are presented: First, a preconditioner based on operator splitting which reduces the iteration count at a negligible cost. Second, a preconditioner based on the spectral properties of the boundary integral operators which guarantees a condition number independent of the mesh size at a numerical cost equal to a matrix–vector product of the multipole BEM.

## Shape optimization using wavelet BEM

H. Harbrecht, K. Eppler

Universität Kiel

This talk is concerned with the numerical solution of shape optimization problems for linear elliptic boundary value problems. In particular, we treat shape problems from planar elasticity and electromagnetics.

The underlying state function satisfies a Poisson equation on the actual domain, the so-called state equation. For application of first and second order optimization algorithms the state function itself as well as its higher order normal and tangential derivatives must be computed.

The state equation has to be solved very often during the optimization process. Therefore, fast methods are indispensable for its solution. We use a boundary integral formulation which is solved by wavelet-based BEM-methods.

## A Coercive Combined Field Integral Equation for Electromagnetic Scattering

R. Hiptmair  
ETH Zürich

Many boundary integral equation methods used in the simulation of direct electromagnetic scattering of a time-harmonic wave at a perfectly conducting obstacle break down, when applied at frequencies close to a resonant frequency of the obstacle. A remedy is offered by special indirect boundary element methods based on the so-called combined field integral equation. However, hitherto no theoretical results about the convergence of discretized combined field integral equations have been available.

In this paper we propose a new combined field integral equation, convert it into variational form, establish its coercivity in the natural trace spaces for electromagnetic fields, and conclude existence and uniqueness of solutions for any frequency. Moreover, a conforming Galerkin discretization of the variational equations by means of  $\text{div}_\Gamma$ -conforming boundary elements can be shown to be asymptotically quasi-optimal. This permits us to derive quantitative convergence rates on sufficiently fine, uniformly shape-regular sequences of surface triangulations.

This is joint work with A. Buffa, Istituto di Matematica applicate e tecnologie informatiche del CNR, Pavia, Italy.

- [1] A. Buffa, R. Hiptmair: A coercive combined field integral equation for electromagnetic scattering. Preprint NI03003-CPD, Isaac Newton Institute for Mathematical Sciences, Cambridge, UK, 2003.
- [2] A. Buffa, R. Hiptmair: Galerkin boundary element methods for electromagnetic scattering. In: Computational Methods in Wave Propagation (M. Ainsworth ed.), pp. 85–127, 2003.
- [3] A. Buffa, R. Hiptmair, T. von Petersdorff, C. Schwab: Boundary element methods for Maxwell equations on Lipschitz domains. Numer. Math. 95 (2003) 459–485.

## **Wavelet based matrix compression for boundary integral equations on complex geometries**

U. Kaehler

Technische Universität Chemnitz,

It is well known, that in general the advantage of solving partial differential equations with boundary element methods (BEM) leads to densely populated matrices. Nevertheless, it is possible to get sparse stiffness matrices applying wavelet compression by means of Tausch–White wavelets.

Therefore, we construct hierarchical wavelets on polygonal approximations of the surface and compute the wavelet–based system matrix using the multipole method.

## Direct Schur Complement Method by Domain Decomposition via the $\mathcal{H}$ -Matrix Techniques

W. Hackbusch, B. N. Khoromskij, R. Kriemann

MPI für Mathematik in den Naturwissenschaften, Leipzig

A class of hierarchical matrices ( $\mathcal{H}$ -matrices) allows the data-sparse approximation to integral and more general nonlocal operators (say, the Poincaré-Steklov operators) with almost linear cost. We consider the  $\mathcal{H}$ -matrix-based approximation to the Schur complement on the interface [2] corresponding to the FEM discretisation of an elliptic operator  $\mathcal{L}$  with piecewise constant coefficients in  $\mathbb{R}^2$ . As with the standard Schur complement domain decomposition methods, we split the elliptic inverse  $\mathcal{L}^{-1}$  as a sum of local inverses associated with subdomains (this can be implemented in parallel), and the corresponding Poincaré-Steklov operator on the interface.

We focus on the data-sparse approximation to the interface Poincaré-Steklov operator and its inverse. Using the hierarchical formats based on weakened admissibility criteria (cf. [1]) we elaborate the *approximate Schur complement inverse* in an explicit form that is proved to have a linear-logarithmic cost  $O(N_\Gamma \log^q N_\Gamma)$ , where  $N_\Gamma$  is the number of degrees of freedom on the interface. In the case of piecewise constant coefficients, the local Schur complements can be approximated by the explicit BEM representation. We prove the asymptotically optimal error estimate in the case of piecewise linear finite elements. In the case of variable coefficients, our method manifests a linear-logarithmic complexity in the discrete problem size.

Numerical examples confirm the almost linear cost of our approximate direct Schur complement method.

- [1] W. Hackbusch, B. N. Khoromskij, R. Kriemann: Hierarchical Matrices Based on Weak Admissibility Criterion. Preprint MPI MIS 2, Leipzig, 2003.
- [2] W. Hackbusch, B. N. Khoromskij, R. Kriemann: Direct Schur Complement Method by Hierarchical Matrix Techniques. Preprint MPI MIS, Leipzig, 2003 (in preparation).



## Analyse von 3D Rissproblemen mit der BEM unter Verwendung der Multipole Methode

K. Kolk, G. Kuhn

Universität Erlangen

Die Randelementmethode (BEM) ist ein sehr effektives, numerisches Werkzeug für Spannungskonzentrationsprobleme, z.B. 3D Rissprobleme. Für die 3D Beanspruchungsanalyse von Bauteilen mit Rissen wird eine spezielle Formulierung der BEM – die 3D Dual BEM im Rahmen der Kollokation – ausgewertet. Ein weiterer Vorteil wird bei der inkrementellen Simulation von 3D Rissfortschritt sichtbar. Da nur die Bauteiloberfläche vernetzt wird, gestaltet sich der Prozess der Netzanpassung im Vergleich zur FEM wesentlich einfacher.

Im Rahmen der Rissfortschrittssimulation nimmt die Anzahl an Freiheitsgraden von Inkrement zu Inkrement zu, wobei eine Größenordnung von 100 Inkrementen nicht ungewöhnlich ist. Man gelangt so relativ schnell an Grenzen hinsichtlich Speicherbedarf und Rechenzeiten, wenn die Startdiskretisierung bereits viele Freiheitsgrade enthält, da diese während des Rissfortschritts noch weiter ansteigen. Um die effektive Anwendung der BEM auch für eine Vielzahl von Freiheitsgraden zu gewährleisten, wird die Multipole Methode verwendet.

Die auszuwertenden Randintegralgleichungen werden in ihrer Grundstruktur nicht verändert. Es ist konsequent zwischen Integralen im Nah- und Fernfeld bezüglich eines aktuellen Quellpunkts zu unterscheiden. Integrale im Nahfeld werden wie gewohnt ausgewertet und entsprechend in die Systemmatrix bzw. die rechte Seite einsortiert und gespeichert.

Das Fernfeld wird einer neuen Betrachtungsweise unterzogen. Die Basis bilden eine Baumstruktur der aktuellen Diskretisierung und die Taylor-Reihenentwicklungen der beteiligten Kerne. Die Fernfeldeinflüsse auf einen aktuellen Quellpunkt werden mit Hilfe der Baumstruktur gruppiert und zusammengefaßt.

Das hat eine enorme Speicherersparnis zur Folge. Die Systemmatrix ist aber nicht mehr explizit darstellbar. Das erfordert die Verwendung eines iterativen Gleichungslösers, für den die Matrix nur in Form eines matrix-Vektor-Produkts (MVP) bekannt sein muss.

## Discretization of the double curl equation by discrete differential forms and collocation techniques

S. Kurz, O. Rain

Universität der Bundeswehr, Hamburg; Robert Bosch GmbH, Stuttgart

In the recent years, a remarkable amount of papers has been published that treat continuous and discrete electromagnetics in terms of differential forms. Since differential forms possess discrete counterparts, the discrete differential forms, such schemes lend themselves naturally to discretisation. However, most of these papers focus on (generalised) finite difference and finite element methods. There are only rare contributions that deal with the boundary element method.

Starting from a generic second order equation, which encompasses the Laplace and the double curl equation, a Stratton–Chu–type representation formula is derived using the language of differential forms throughout. The integral kernels become double forms: These are forms in one space with coefficients that are forms in another space.

By applying the appropriate trace operators a boundary integral equation is derived and discretized. The discretisation scheme is based on de Rham maps and generalises the well-known collocation technique. Basically, the boundary integral equation is integrated over a set of cycles, where there is some freedom in the choice of this set. Different possibilities are discussed and the properties of the resulting schemes are examined by numerical experiments.

## Die Anwendung der FEM–BEM Kopplungsmethode in einer industrierelevanten Simulation

M. Maischak

Universität Hannover

Eine Potentialdifferenz zwischen Target und Elektrode bewirkt ein elektrisches Feld, wobei das gewöhnliche Laplace-Problem durch eine Coronaentladung an der Elektrode und die damit verbundene Ionenraumladung modifiziert wird. Dieses Problem wird modelliert durch die Poisson-Gleichung, sowie der Ionenstromgleichung. Die Randwerte sind gegeben durch die Potentialdifferenz, sowie die Coroneinsatzfeldstärke nach Peek. Um den Einfluß künstlicher Randbedingungen auf die Lösung auszuschließen, wird das Potentialproblem mit Hilfe der symmetrischen FEM/BEM-Kopplung diskretisiert. Durch die Verbindung mit der Konvektionsgleichung für die Ionenraumladung entsteht ein nichtlineares Gleichungssystem, das iterativ gelöst wird.

Das vereinfachte mathematische Modell lautet:

$$\begin{aligned} -\Delta\phi &= \frac{\varrho_{\text{Ion}}}{\varepsilon_0}, \phi|_{\Gamma_{\text{Target}}} = \phi_0, \phi|_{\Gamma_{\text{Elektrode}}} = \phi_1 \\ E &= -\nabla\phi \\ \operatorname{div}(E \cdot \varrho_{\text{Ion}}) &= 0 \\ \varrho_{\text{Ion}}|_{\Gamma_{\text{Elektrode}}} &= \varrho_{\text{Peek}} \\ |E \cdot n_{\Gamma_{\text{Elektrode}}}| &\leq E_{\text{Peek}} \end{aligned}$$

Zum Einsatz kommen effiziente Gebietszerlegungspräkonditionerer.

## Die Multipol–Randelementmethode in industriellen Anwendungen

G. Of, O. Steinbach, W. L. Wendland

Universität Stuttgart

Zur Lösung gemischter Randwertprobleme der Laplace–Gleichung und der linearen Elastostatik wird die Galerkin–Variationsformulierung der symmetrischen Formulierung der Randintegralgleichungen betrachtet. Um komplexe Geometrien mit vielen Freiheitsgraden behandeln zu können, wird die Multipolmethode eingesetzt. Dabei genügt es, das Einfachschicht– und das Doppelschichtpotential für den Laplace–Operator mittels der Multipolmethode zu realisieren. Die Bilinearform des hypersingulären Operators des Laplace–Operators und alle drei Randintegraloperatoren der linearen Elastostatik bzw. ihre Bilinearformen lassen sich durch partielle Integration auf diese beiden Randintegraloperatoren zurückführen. Für die Approximation der Randintegraloperatoren mittels der Multipolmethode läßt sich durch eine Konsistenzanalyse zeigen, daß bei geeigneter Wahl der Parameter des Multipolverfahrens die Eigenschaften der Operatoren bewahrt werden können, und die Konvergenzordnungen aus dem Standardverfahren erhalten bleiben.

Als Beispiele für industrielle Anwendungen werden die Berechnung von Potentialkennlinien für Sensoren, die Bestimmung des Potentials um eine Spritzdüse einer Lackieranlage und die Deformation eines Umformwerkzeuges sowie eines Metallschwamms gezeigt.

Die bei diesen Beispielen auftretenden Probleme betreffen insbesondere die Geometrie. Deren teilweise sehr dünne Strukturen erfordern eine sehr hohe Anzahl an Freiheitsgraden, um eine gute Genauigkeit zu erhalten, und machen eine effiziente Vorkonditionierung notwendig. Die komplexen Strukturen lassen sich jedoch durch eine automatische Gebietszerlegung auflösen.

## Fast evaluation of boundary integral operators arising from an eddy current problem

J. Ostrowski

ABB Schweiz AG, Deattwill

This paper deals with the  $\mathcal{H}^2$ -matrix approximation of matrices that arise from a Galerkin boundary element (BEM) discretization in the context of the  $\vec{E}$ -based eddy current model. The BEM operators are dense, thus need to be compressed. They are of complicated structure, i.e., some kernels and basis functions are vector valued, and test and basis functions are not always identical. The  $\mathcal{H}^2$ -matrix approximation technique is applied to the kernels of the four different relevant boundary integral operators. Numerical experiments demonstrate the significant acceleration of an iterative solution procedure by means of matrix compression.

# Algebraic Multigrid Preconditioners for Adaptive-Cross-Approximated Boundary Element Matrices<sup>1</sup>

U. Langer, D. Pusch, S. Reitzinger

Johannes Kepler Universität Linz

We present algebraic multigrid (AMG) preconditioners for boundary element matrices, which are fully populated for standard collocation or Galerkin discretization schemes. Sparse representation techniques such as the adaptive-cross-approximation (ACA) reduce the arithmetical complexity and memory consumption from  $O(N_h^2)$  to almost  $O(N_h)$ , where  $N_h$  denotes the number of the boundary unknowns. If we consider the single layer potential integral equation resulting from the interior Dirichlet boundary value problem for the Laplace equation we will be concerned with an ill-conditioned system matrix. Since the single layer potential operator is a pseudodifferential operator of order minus one, the corresponding matrix yields a condition number  $\kappa(K_h) = O(h^{-1})$  with  $h$  the typical mesh-size parameter. Iterative solvers dramatically suffer from this property for growing  $N_h$ . Our AMG preconditioning approach avoids the increase of iterations and leads to almost optimal solvers with respect to the overall complexity. The numerical results confirm this behavior accurately for 2D examples. A first straightforward approach for 3D geometries gives quite similar results.

---

<sup>1</sup>This work has been supported by the Austrian Science Fund ‘Fonds zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung (FWF)’ under the grant P14953 ‘Robust Algebraic Multigrid Methods and their Parallelization’.

## **Numerik im Einsatz – Simulation elektromechanischer Systeme im industriellen Umfeld**

V. Rischmüller

Robert Bosch GmbH, Stuttgart

Die Simulation moderner industrieller Anwendungen führt auch unter Einsatz einer ganzen Reihe ausgefeilter numerischer Verfahren an die Grenzen der Fähigkeiten heutiger Rechnersysteme. Die voranschreitende Entwicklung in der Computertechnik wird helfen, diese Beschränkungen zu verschieben, sie hält mit den steigenden Anforderungen allerdings längst nicht Schritt. Asymptotisch optimale Verfahren stellen daher eine "Basistechnologie" dar, durch die eine Bearbeitung zukünftig immer größerer und komplexerer Aufgabenstellungen überhaupt erst denkbar ist.

Anhand einiger ausgewählter Anwendungen aus den Bereichen Magnetaktuatorik, elektrische Antriebstechnik und Sensorik werden aktuelle Simulationsaktivitäten und Fragestellungen vorgestellt und darüberhinaus zukünftige Anforderungen an Werkzeuge zur Modellierung elektromechanischer Systeme diskutiert.

## EJIIM for Boundary Value Problems in 3D Elastic Microstructures

V. Rutka, A. Wiegmann

Fraunhofer ITWM Kaiserslautern

Immersed Interface Methods (IIM) are a class of numerical methods for solving problems with non-grid aligned interfaces and boundaries on a regular grid. Here its Finite Difference version is applied for boundary value problems of 3D linear elasticity in the displacement formulation.

The body is first embedded in a regular parallelepiped and the unknown solution is extended by zero. Therefore the boundary becomes an interface. At the regular points, where the stencil is not affected by the interface, the standard second order approximation is used. At irregular points, the truncation error has to be at least first order convergent. It turns out that it is then enough to preserve the second order convergence of the solution in the max-norm.

The Explicit Jump Immersed Interface Method (EJIIM) introduces jumps of the displacements and their derivatives as additional variables. At irregular points, the standard approximation is still used, but the jump dependent correction terms are added to achieve the necessary truncation error. The missing relations for jumps are obtained by interpolation and boundary conditions.

The displacements can be eliminated, this gives a linear system with only jumps along the interface as unknown variables. It is solved iteratively by some Conjugated Gradient type method. In each step, the application of the matrix requires solving a boundary value problem on a regular parallelepiped. For this any fast solver could be used, we use a Fast Fourier Transform based elastostatic solver, having  $N\log(N)$  runtime behavior. As only few iterations are needed until convergence, this results also in  $N\log(N)$  runtime for the whole algorithm.



## Adaptive Wavelet Based Fast Solution of BEM

H. Harbrecht, R. Schneider

Universität Kiel

Solving a boundary integral equation by the Galerkin scheme leads to a densely populated system matrix which is often ill conditioned. In the last years fast algorithms, like the Fast Multipole Method and the Panel Clustering, have been developed to reduce the complexity considerably. Another fast method is the wavelet Galerkin scheme: one employs biorthogonal wavelet bases with vanishing moments for the discretization of the given boundary integral equation. The resulting system matrix is quasi sparse and can be compressed without loss of accuracy to only  $\mathcal{O}(N_J)$  nonzero entries. In this talk we present the principles as well as new developments of the wavelet Galerkin scheme for boundary integral equations. We consider the construction of suitable wavelet bases on manifolds. Additional to the *matrix compression*, wavelets are well suited for *adaptive approximation* of the solution. This do not require a new mesh generation in the adaptive procedure if the the boundary is parametrized explicitly. We developed an automatic interface between CAD and our adaptive wavelet BEM. Numerical experiments are performed which corroborate the theory. The matrix compression nor the adaptive approximation never compromise the accuracy of the full Galerkin scheme on a quasi-uniform grid.

## **Simulation der Sprühlackierung von Fahrzeugen**

R. Sonnenschein

DaimlerChrysler Forschung, Dornier GmbH, Friedrichshafen

Die Sprühlackierung von Karosserien ist in der PKW-Produktion von erheblicher wirtschaftlicher und technischer Bedeutung. Für den Auftrag der farbgebenden Schicht wird bei der Naßlackierung vorteilhaft ein robotergeführtes Sprühgerät mit einer Hochrotationsglocke und kranzförmig angeordneten Koronaelektroden zur elektrischen Aufladung der Lackpartikel eingesetzt.

Wir geben einen Einblick in die Komplexität der beteiligten physikalischen Prozesse und in die Bemühungen, diese einzeln und in ihrem Zusammenwirken durch ein geeignetes numerisches Simulationsmodell zu beschreiben. Um die Produktion wirklich unterstützen zu können, muß ein solches Modell hohe Genauigkeitsanforderungen erfüllen. Dies gilt speziell auch für die selbst-konsistente Berechnung des elektrischen Feldes in Anwesenheit einer Ionenraumladung, die (Ladungs- und Impuls-)Austausch mit der dispersen, turbulenten 2-Phasenströmung steht.

Möglichkeiten zur E-Feldberechnung werden aufgezeigt, darunter ein physikalisch motiviertes Näherungsverfahren, welches eine gute Lösung der Laplace-Gleichung voraussetzt und dort den Einsatz der BEM sinnvoll erscheinen läßt. In der praktischen Anwendung der BEM stößt man dabei an die Grenzen der gegenwärtigen Berechenbarkeit, was zu einer weiteren Methodenentwicklung herausfordert.

## **A new numerical scheme for the Dirichlet BVP for the Helmholtz equation based on the Fourier Transform**

S. Rjasanow, M. Stolper  
Universität des Saarlandes

We consider the 3D exterior Dirichlet boundary value problem (BVP) for the Helmholtz equation, cf. [1], and are interested in solutions for a spectrum of real wave numbers.

In particular, the boundary integral equation is examined and the collocation boundary method for the discretisation of the problem is used. In order to solve the resulting linear systems, we first apply the inverse Fourier transform with respect to the wave number to the associated matrices. The analytical forms of the transformed matrices and some important properties are deduced, cf. [2,3]. Applying the discrete Fourier transform to these matrices, we obtain new matrices depending on the wave number, and the associated linear systems are solved. Finally, some numerical examples for the solutions are presented and we compare these with results using standard techniques.

- [1] G. Chen, J. Zhou: Boundary Element Methods, Academic Press, 1992.
- [2] M. Köhl, S. Rjasanow: Multifrequency analysis for the Helmholtz equation. Preprint 64, Universität des Saarlandes, 2002. to appear in IABEM 2002 issue of Computational Mechanics, Springer.
- [3] M. Köhl: A Fourier Transform based scheme for the Helmholtz equation. Preprint 73 , Universität des Saarlandes, 2002, submitted.

## Teilnehmer

1. Prof. Dr.–Ing. Z. Andjelic  
ABB Schweiz AG, CHCRC/V5, CH 5405 Deattwill  
[zoran.andjelic@ch.abb.com](mailto:zoran.andjelic@ch.abb.com)
2. Dr. M. Bebendorf  
Fakultät für Mathematik und Informatik, Universität Leipzig,  
Augustusplatz 10/11, D 04109 Leipzig  
[bebendorf@math.uni-leipzig.de](mailto:bebendorf@math.uni-leipzig.de)
3. Dipl.–Math. J. Breuer  
Institut für Angewandte Analysis und Numerische Simulation,  
Universität Stuttgart, Pfaffenwaldring 57, D 70569 Stuttgart  
[breuerjs@mathematik.uni-stuttgart.de](mailto:breuerjs@mathematik.uni-stuttgart.de)
4. Dr.–Ing. A. Buchau  
Institut für Theorie der Elektrotechnik, Universität Stuttgart,  
Pfaffenwaldring 47, D 70569 Stuttgart  
[andre.buchau@ite.uni-stuttgart.de](mailto:andre.buchau@ite.uni-stuttgart.de)
5. B. Cranganu–Cretu  
ABB Schweiz AG, CHCRC/V5, CH 5405 Deattwill
6. PD Dr.–Ing. F. Duddeck  
BMW Forschungszentrum, EK–210, D 80788 München  
[fabian.duddeck@bmw.de](mailto:fabian.duddeck@bmw.de)
7. Dipl.–Ing. M. Fischer  
Institut A für Mechanik, Universität Stuttgart,  
Pfaffenwaldring 9, D 70569 Stuttgart  
[m.fischer@mecha.uni-stuttgart.de](mailto:m.fischer@mecha.uni-stuttgart.de)
8. Dr. H. Harbrecht  
Mathematisches Seminar, Universität Kiel  
[helmut.harbrecht@mathematik.tu-chemnitz.de](mailto:helmut.harbrecht@mathematik.tu-chemnitz.de)
9. T. Hesselmann  
ABB Schweiz AG, CHCRC/V5, CH 5405 Deattwill  
[thomas.hesselmann@ch.abb.com](mailto:thomas.hesselmann@ch.abb.com)
10. Prof. Dr. R. Hiptmair  
Seminar für Angewandte Mathematik, ETH Zürich, CH 8092 Zürich  
[hiptmair@sam.math.ethz.ch](mailto:hiptmair@sam.math.ethz.ch)
11. K. Hof  
Institut für Angewandte Analysis und Numerische Simulation,  
Universität Stuttgart, Pfaffenwaldring 57, D 70569 Stuttgart

12. Dipl.–Math. U. Kähler  
Fakultät für Mathematik, TU Chemnitz,  
Reichenhainer Str. 41, D 09107 Chemnitz  
`ulf.kaehler@s1998.tu-chemnitz.de`
13. Prof. Dr. B. N. Khoromskij  
Max–Planck–Institut für Mathematik in den Naturwissenschaften,  
Inselstrasse 22–26, D 04103 Leipzig  
`bokh@mis.mpg.de`
14. Dipl.–Ing. K. Kolk  
Lehrstuhl für Technische Mechanik, Universität Erlangen–Nürnberg,  
Egerlandstrasse 5, D 91058 Erlangen  
`kolk@ltm.uni-erlangen.de`
15. Prof. Dr.–Ing. S. Kurz  
Universität der Bundeswehr, Hamburg  
`stefan.kurz@gmx.de`
16. Prof. Dr. U. Langer  
Institut für Numerische Mathematik, Johannes Kepler Universität Linz,  
Altenberger Strasse 69, A 4040 Linz  
`ulanger@numa.uni-linz.ac.at`
17. PD Dr. M. Maischak  
Institut für Angewandte Mathematik, Universität Hannover,  
Welfengarten 1, D 30167 Hannover  
`maischak@ifam.uni-hannover.de`
18. Dipl.–Math. G. Of  
Institut für Angewandte Analysis und Numerische Simulation,  
Universität Stuttgart, Pfaffenwaldring 57, D 70569 Stuttgart  
`ofgr@mathematik.uni-stuttgart.de`
19. Dr. J. Ostrowski  
ABB Schweiz AG, CHCRC/V5, CH 5405 Deattwill  
`joerg.ostrowski@ch.abb.com`
20. Dipl.–Ing. D. Pusch  
Institut für Numerische Mathematik, Johannes Kepler Universität Linz,  
Altenberger Strasse 69, A 4040 Linz  
`david.pusch@students.jku.at`
21. Dipl.–Math. O. Rain  
Robert Bosch GmbH, Abteilung FV/FLO,  
Postfach 106050, D 70049 Stuttgart  
`oliver.rain@de.bosch.com`

22. Dr.-Ing. V. Rischmüller  
Robert Bosch GmbH, Abteilung FV/FLO,  
Postfach 106050, D 70049 Stuttgart  
`Volker.Rischmueller@de.bosch.com`
23. M. Sc. V. Rutka  
Fraunhofer ITWM, Postfach 3049, D 67653 Kaiserslautern  
`rutka@itwm.fhg.de`
24. Prof. Dr. R. Schneider  
Mathematisches Seminar, Universität Kiel  
`reinhold@mathematik.tu-chemnitz.de`
25. R. Sonnenschein  
DaimlerChrysler Forschung, Dornier GmbH, Friedrichshafen  
`rainer.sonnenschein@daimlerchrysler.com`
26. PD Dr. O. Steinbach  
Institut für Angewandte Analysis und Numerische Simulation,  
Universität Stuttgart, Pfaffenwaldring 57, D 70569 Stuttgart  
`steinbach@mathematik.uni-stuttgart.de`
27. Dipl.-Math. M. Stolper  
Fachbereich Mathematik, Universität des Saarlandes,  
Postfach 151150, D 66041 Saarbrücken  
`stolper@num.uni-sb.de`
28. A. Weiss  
Institut für Angewandte Analysis und Numerische Simulation,  
Universität Stuttgart, Pfaffenwaldring 57, D 70569 Stuttgart
29. Prof. Dr.-Ing. Dr. h.c. W. L. Wendland  
Institut für Angewandte Analysis und Numerische Simulation,  
Universität Stuttgart, Pfaffenwaldring 57, D 70569 Stuttgart  
`wendland@mathematik.uni-stuttgart.de`



## Erschienenene Preprints ab Nummer 2003/001

Komplette Liste: <http://preprints.ians.uni-stuttgart.de>

- 2003/001 *Lamichhane, B. P., Wohlmuth, B. I.:* Mortar Finite Elements for Interface Problems.
- 2003/002 *Dryja, M., Gantner, A., Widlund, O. B., Wohlmuth, B. I.:* Multilevel Additive Schwarz Preconditioner For Nonconforming Mortar Finite Element Methods.
- 2003/003 *Klimke, A., Hanss, M.:* On the Reliability of the Influence Measure in the Transformation Method of Fuzzy Arithmetic.
- 2003/004 *Klimke, A.:* RANDEXPR: A Random Symbolic Expression Generator.
- 2003/005 *Klimke, A.:* How to Access Matlab from Java.
- 2003/006 *Merkle, T.:* Phase separation in solid mixtures under elastic loadings with application to solder materials.
- 2003/007 *Lamichhane, B. P., Wohlmuth, B. I.:* Second Order Lagrange Multiplier Spaces for Mortar Finite Elements in 3D.
- 2003/008 *Fritz, A., Hüeber, S., Wohlmuth, B. I.:* A comparison of mortar and Nitsche techniques for linear elasticity.
- 2003/009 *Klimke, A.:* An Efficient Implementation of the Transformation Method of Fuzzy Arithmetic
- 2003/010 *Steinbach, O.:* A Note on the Ellipticity of the Single Layer Potential in two-dimensional Linear Elastostatics
- 2003/011 *Steinbach, O.:* Artificial Multilevel Boundary Element Preconditioners
- 2003/012 *Bürger, R., Karlsen, K.H.:* On a diffusively corrected kinematic-wave traffic model with changing road surface conditions
- 2003/013 *Wohlmuth, B. I.:* A short note on: An optimal a priori estimate for non linear multibody contact problems.
- 2003/014 *Sändig, A.-M.:* Distributionentheorie mit Anwendungen auf partielle Differentialgleichungen. Vorlesung im Wintersemester 2002/03.
- 2003/015 *Sändig, A.-M.:* Proseminar Funktionenräume, Wintersemester 2002/2003.
- 2003/016 *Merkle, T.:* An energy method for the strong nonlinear Cahn-Larché equation system.
- 2003/017 *Bürger, R.:* Mathematische Modelle für Mehrkomponentenstömungen.
- 2003/018 *Langer, U., Steinbach, O., Wendland, W.L. (eds.):* Workshop on Fast Boundary Element Methods in Industrial Applications Söllerhaus, 15.-18.10.2003