Universität Stuttgart

4. Workshop

Analysis und Numerische Methoden für Partielle Differentialgleichungen

Lauterbad, 16.–18. Dezember 2004

J. Breuer, A.-M. Sändig (eds.)

Berichte aus dem Institut für Angewandte Analysis und Numerische Simulation

Programmheft 2004/022

Universität Stuttgart

4. Workshop

Analysis und Numerische Methoden für Partielle Differentialgleichungen

Lauterbad, 16.–18. Dezember 2004

J. Breuer, A.-M. Sändig (eds.)

Berichte aus dem Institut für Angewandte Analysis und Numerische Simulation

Programmheft 2004/022

Institut für Angewandte Analysis und Numerische Simulation (IANS)
Fakultät Mathematik und Physik
Fachbereich Mathematik
Pfaffenwaldring 57
D-70 569 Stuttgart

E-Mail: `ians-preprints@mathematik.uni-stuttgart.de`
WWW: `http://preprints.ians.uni-stuttgart.de`

ISSN **1611-4176**

Universität Stuttgart
Institut für Angewandte Analysis
und Numerische Simulation

4. Workshop

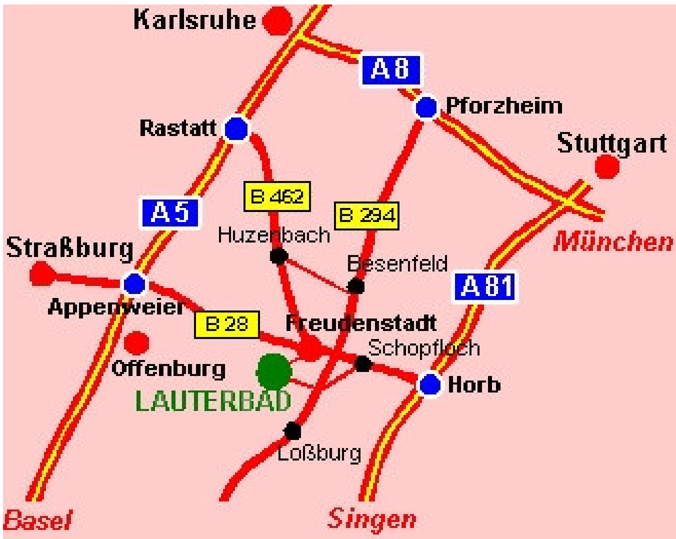
Analysis und Numerische Methoden für Partielle Differentialgleichungen

Lauterbad, 16.–18. Dezember 2004

Organisation: J. Breuer (Stuttgart)
A.–M. Sändig (Stuttgart)

Anreise zum “WALDHOTEL ZOLLERNBLICK”

Autobahn A 81, Ausfahrt Horb, von dort B 28 Richtung Freudenstadt. In Schopfloch abzweigen nach Glatten, von dort kommen Sie über Dietersweiler direkt nach Lauterbad. Fahren Sie an der Abzweigung nach Lauterbad vorbei Richtung Freudenstadt (Kurgebiet), nach etwa 300 m sehen Sie in einem Waldstück auf der linken Straßenseite unser Hotel-Transparent.



Vorwort

Der Workshop *Analysis und Numerische Methoden für Partielle Differentialgleichungen* des Instituts für Angewandte Analysis und Numerische Simulation (IANS) fand im Zeitraum vom 16.–18. Dezember 2004 in Lauterbad bei Freudenstadt statt. Es nahmen 21 Mitarbeiter und Gäste der zum IANS gehörigen Lehrstühle "Angewandte Mathematik" und "Numerische Mathematik für Höchstleistungsrechner" teil. In zehn längeren Vorträgen wurden aktuelle Forschungsergebnisse von jungen Nachwuchswissenschaftlern vorgestellt. Dabei wurden Resultate zu folgenden Themengruppen präsentiert:

- Angewandte analytische Probleme wie Sedimentationsprozesse, Auswertung von unsicheren Daten und Aussagen mit Hilfe der Fuzzy–Arithmetik, Phasentrennung von Legierungen, Piezo–Stapelwandler, Konvektions–Diffusionsprobleme, Kontaktprobleme, dynamische Elasto–Akustik und Akustik–Akustik–Kopplung, Kaltumformung von Stahlplatten.

- Moderne numerische Verfahren, wie angepaßte Differenzen–Verfahren für stark entartete parabolische Gleichungen, Sattelpunktmethoden, Operator–Splitting Methoden, Multipolmethode und Konstruktion von Vorkonditionierern, Baryzentrische Interpolation, Gebietszerlegungsmethoden und Mortartechniken, Multigridmethoden.

Die vorgestellten Methoden und Resultate wurden intensiv diskutiert. Dabei ergaben sich viele Anregungen und Hinweise für die weitere Arbeit der Teilnehmer.

Dieser Workshop gab einen Einblick in und Ausblick auf aktuelle analytische und numerische Forschungsvorhaben auf dem Gebiet der partiellen Differentialgleichungen am Institut für Angewandte Analysis und Numerische Simulation der Universität Stuttgart. Neben der wissenschaftlichen Arbeit gab es auch Gelegenheit, sich bei einer kleinen Wanderung/Ausflug besser persönlich kennenzulernen.
Unter den vorgestellten Drittmittel–Projekten, befanden sich auch 5 Projekte des SFB 404 "Mehrfeldprobleme in der Kontinuumsmechanik", die auch finanziell vom SFB 404 unterstützt wurden. Dafür möchten wir uns bedanken.

Jens Breuer, Anna-Margarete Sändig

Stuttgart, den 21.12.2004

Programm

Donnerstag, 16. Dezember 2004

17.00	**Eröffnung**
17.15–18.00	**Raimund Bürger** On an upwind difference scheme for strongly degenerate parabolic equations modelling the settling of suspensions in centrifuges and non-cylindrical vessels
18.00–18.45	**Bishnu Lamichhane** Convergence of low order finite element approximations based on the Hu-Washizu formulation in the incompressible limit
19.00	**Abendessen**

Freitag, 17. Dezember 2004

8.00	**Frühstück**
9.00–9.45	**Thomas Merkle** An operator splitting method for the Cahn-Larché system
9.45–10.30	**Winfried Geis** Calculation of stress singularities and stress intensity factors for an asymptotic model of piezoelectric stack actuators
10.30–10.45	**Kaffeepause**
10.45–11.30	**Stefan Berres** Optimization with a system of conservation laws modeling polydisperse suspensions as constraint
11.30–12.15	**Günther Of** Efficient Iterative Solvers for Boundary Element Tearing and Interconnecting Methods
12.30–13.30	**Mittagessen**
13.30–15.30	**Wanderung**
16.15–17.00	**Jens Breuer** Fast boundary elements for the simulation of eddy currents and their heat production and cooling
17.00–17.45	**Andreas Klimke** On Multivariate Barycentric Lagrange Interpolation, Dimension -Adaptive Sparse Grids and their Application to Fuzzy Arithmetic
17.45–18.00	**Kaffeepause**
18.00–18.45	**Bernd Flemisch** Dynamische Elasto-Akustik- und Akustik-Akustik-Kopplung
18.45–19.30	**Diskussion**
20.00	**Weihnachtsfeier**

Samstag, 18. Dezember 2004

8.00	**Frühstück**
9.00–9.45	**Tatiana Voitovich** Technologies of the finite volume element method for solution of convection-diffusion problems on simplicial meshes
9.45–10.30	**Stefan Hüeber** An inexact primal-dual active set strategie for multibody contact problems
10.30–10.45	**Kaffeepause**
10.45–11.30	**Stephan Brunßen** Simulation inkrementeller Umformprozesse
11.30–12.15	**Alexander Weiß** Mehrgittermethoden zu elliptischen Randwertproblemen bei nicht aufgelöstem Dirichlet/Neumann-Übergang
12.30–13.30	**Mittagessen**

Optimization with a system of conservation laws modeling polydisperse suspensions as constraint

Stefan Berres

The parameter identification problem for the batch settling of an ideal polydisperse suspension is treated as an optimization problem, which is constrained by a system of first-order hyperbolic partial differential equations. Such a parameter identification can be costumized to promote the value of photocentrifuges [4] by recovering physical properties of the suspension (as the particle size distribution) from light permeability measurements.
The model equation for batch settling of an ideal suspension can be rigorously derived from mass and momentum balances, where manipulations lead to a system of conservation laws [2].
The aim of parameter identification stated as optimization problem is to minimize the cost function

$$\mathcal{J}(\Phi(\mathbf{e})) := \frac{1}{2}\int_{\hat{Q}} \big(\Phi(z,t) - \hat{\Phi}(z,t)\big)^2 dt dz, \tag{1}$$

where $\mathbf{e}$ contains the finite number of parameters of the model functions, which are to be fitted optimally, $\hat{Q}$ is the domain of observation, $\hat{\Phi}$ is the observed concentration (for example, a profile at a fixed time) and where Φ is a solution of the conservation law. The numerical identification is based on a Lagrangian formulation. For monodisperse flocculated suspensions, both gravitational sedimentation and centrifugation have been considered in [3] and [1]. The formal calculus has originally been developed for first-order systems of conservation laws with chromatography as application [5], where the governing system is a Temple system and an upwind scheme can be used. In the present identification problem for polydisperse incompressible suspensions neither of those two simplicities are present.
From the application point of view, a highly desirable parameter identification problem consists in the issue of finding the particle size distribution for particles of the same material. Assuming that the fluid and material properties are known, for a prescribed number of species the diameters and the corresponding initial concentrations are sought.
This presentation is based on joint work with R. Bürger, A. Coronel and M. Sepúlveda.

References

[1] S. Berres, R. Bürger, A. Coronel and M. Sepúlveda (2005), *Numerical identification of parameters for a strongly degenerate convection-diffusion problem modelling centrifugation of flocculated suspensions*, Appl. Numer. Math., to appear.

[2] Bürger, K.H. Karlsen, E.M. Tory and W.L. Wendland (2002), *Model equations and instability regions for the sedimentation of polydisperse suspensions of spheres*, Z. Angew. Math. Mech. **82**, 699–722.

[3] A. Coronel, F. James and M. Sepúlveda (2003), *Numerical identification of parameters for a model of sedimentation processes*, Inverse Problems **19**, 951–972

[4] D. Frömer and D. Lerche (2002), *An experimental approach to the study of the sedimentation of dispersed particles in a centrifugal field*. Arch. Appl. Mech. **72**, 85–95.

[5] (1994), F. James and M. Sepulveda, *Parameter identification for a model of chromatographic column*, Inverse Problems **10**, 1299–1314.

[6] F. James and M. Sepúlveda (1999), *Convergence results for the flux identification in a scalar conservation law*, SIAM J. Control Optim. **37**, 869–891.

Fast boundary elements for the simulation of eddy currents and their heat production and cooling

Jens Breuer

We consider an industrial electric device which is driven by an alternating current. The amperage and the frequency are given on some contact areas of the device.
Starting with the eddy current model for Maxwell's equations one can derive boundary integral equations for the unknown traces of the electric and the magnetic fields. The given amperage on the contacts translates into a given normal component of the electric field from the inside. This yields a special jump condition for the tangential components of the magnetic field. The unknown magnetic trace can then be restricted to its divergence free part. The jump can be computed by solving an auxiliary problem, the Laplace–Beltrami equation for some surface potential. For its discretization we derive a stabilized mixed Galerkin finite element method on the boundary which leads to a sparse system and gives quasioptimal convergence rates. The discretization of the main system is done via Raviart–Thomas elements. The divergence constraint on the magnetic trace is incorporated by Lagrangian multipliers. The case of multiple materials with different conductivity is handled via a Dirichlet domain decomposition approach. The corresponding discrete system contains fully populated boundary element matrices. The adaptive cross approximation approach is used to approximate the kernels which leads to a sparse boundary element method for the eddy current scheme.
The electrical field enters as a source field into the heat conduction inside the device. For the cooling air flow we assume that it is not affected by the heat production, but can be considered as a given velocity field. This can be the result of the stationary Navier–Stokes equations or the coupling of Prandtl boundary layer equations and a far field potential flow. For the temperature outside the device the nonlinear heat transport equation has to be solved. Unique solvability and convergence of the corresponding finite element scheme can be shown.
At the end various numerical examples both the electrical and the thermal part will be shown, which are in agreement with the theoretical results.

References

[1] M. Bebendorf, *Effiziente Lösung von Randintegralgleichungen unter Verwendung von Niedrigrang–Matrizen*, Doctoral Thesis, Universität des Saarlandes, 2000.

[2] A. Buffa, *Some numerical and theoretical problems in computational electromagnetism*, Doctoral Thesis, University of Pavia, 2000.

[3] K. Gersten and H. Schlichting, *Boundary-layer theory*, Springer, Berlin, 2000.

[4] R. Hiptmair, *Boundary element methods for eddy current computation*, in Computational electromagnetics (Kiel, 2001), vol. 28 of Lect. Notes Comput. Sci. Eng., Springer, Berlin, 2003, pp. 103–126.

Simulation inkrementeller Umformprozesse

Stephan Brunßen

Durch die CNC-gesteuerte inkrementelle Umformtechnik können durch wiederholte Einwirkung einfacher Werkzeuge komplexe Geometrien hergestellt werden. Aufgrund der Vielzahl an Größen, die auf Umformprozesse Einfluss nehmen, seitens des Materials, seitens vielerlei geometrischer Nebenbedingungen usw. stellt sich die Frage nach den optimalen Umformstrategien. Damit besteht ein großer Bedarf an einer effizienten Finite-Elemente-Simulation dieser Vorgänge. Die Nutzung kommerzieller Programmpakete führt bisher aber häufig auf inakzeptabel lange Rechenzeiten. Große Verformungen, kleine aber lokal veränderliche plastische Zonen, nichtlineare Kontaktprobleme und viele Zyklen stellen nur einige der auftretenden Schwierigkeiten dar. Auswege aus dieser Problematik sind schnelle und robuste iterative Löser und nichtkonforme Gebietszerlegungsmethoden. Insbesondere trat hier in der letzten Antragsphase die Notwendigkeit von Kontaktalgorithmen zutage, die das Verhalten von iterativen Lösern nicht verschlechtern.

On an upwind difference scheme for strongly degenerate parabolic equations modelling the settling of suspensions in centrifuges and non-cylindrical vessels

Raimund Bürger

We prove the convergence of an explicit monotone finite difference scheme approximating an initial-boundary value problem for a spatially one-dimensional quasilinear strongly degenerate parabolic equation, which is supplied with two zero-flux boundary conditions. This problem arises in a model of sedimentation-consolidation processes in centrifuges and vessels with varying cross-sectional area. We formulate the definition of entropy solution of the model in the sense of Kružkov and prove the convergence of the scheme to the unique BV entropy solution of the problem. The scheme and the model are illustrated by numerical examples.
This contribution is based on joint work with A. Coronel and M. Sepúlveda [1].

References

[1] R. Bürger, A. Coronel and M. Sepúlveda, On an upwind difference scheme for strongly degenerate parabolic equations modelling the settling of suspensions in centrifuges and non-cylindrical vessels. Preprint 2004-21, Departamento de Ingeniería Matemática, Universidad de Concepción, Chile, submitted to *Appl. Numer. Math.*

Dynamische Elasto-Akustik- und Akustik-Akustik-Kopplung

Bernd Flemisch

Grossräumig auftretende Schallwellen entstehen häufig aufgrund räumlich stark begrenzter Quellen. Diese Quellen können zum Beispiel in den Schwingungen kleiner Strukturen begründet sein, oder allgemeiner als rechte Seite der die Schallentstehung modellierenden Wellengleichung auftreten. Es bietet sich jeweils an, das Gesamtgebiet nichtüberlappend in Quellgebiet und Ausbreitungsgebiet zu unterteilen. Im ersten Fall erhält man ein gekoppeltes Elasto-Akustik-Problem mit unterschiedlichen Modellgleichungen in beiden Teilgebieten, im zweiten Fall ein gekoppeltes Akustik-Akustik-Problem mit nichttrivialem Quellterm im kleineren Teilgebiet. Zur Sicherstellung der Wohlgestelltheit der resultierenden Variationsformulierungen bietet sich das allgemeine Framework für hyperbolische Anfangsrandwertprobleme zweiter Ordnung aus [1] in Kombination mit der stationären Sattelpunkttheorie, [2], an.
Eine Finite-Element-Diskretisierung erfordert ein hochauflösendes Gitter im Quellgebiet, wohingegen für das Ausbreitungsgebiet ein relativ grobes Gitter ausreicht. Aus diesem Grund lassen sich hier in natürlicher Weise entsprechende, am Interface nichtkonforme, Gitter einsetzen. Anhand einfacher 2D- und 3D-Modellrechnungen wird die Qualität der nichtkonformen Diskretisierungsmethode untersucht und mit der konformen Alternative verglichen.

References

[1] R. Dautray, J.-L. Lions (1992), *Mathematical analysis and numerical methods for science and technology, volume 5: evolution problems*, Springer.

[2] F. Brezzi, M. Fortin (1991), *Mixed and hybrid finite element methods*, Springer.

Calculation of stress singularities and stress intensity factors for an asymptotic model of piezoelectric MLAs

Winfried Geis

The behaviour of a piezoelectric multi-layer actuator (MLA) can be described as a static multi-field-problem for the electric potential field Φ and the elastic displacement fields $\underline{\mathbf{u}}_C$ and $\underline{\mathbf{u}}_M$.

$$
\begin{aligned}
-\mathcal{D}^\top \underline{\underline{C}}_C \mathcal{D}\underline{\mathbf{u}}_C - \mathcal{D}^\top \underline{\underline{e}} \nabla\Phi &= \underline{\mathbf{0}} & \Omega_C, \quad (1)\\
-\operatorname{div}(-\underline{\underline{e}}^\top \mathcal{D}\underline{\mathbf{u}}_C + \underline{\underline{\varepsilon}}\nabla\Phi) &= 0 & \Omega_C, \quad (2)\\
-\mathcal{D}^\top \underline{\underline{C}}_M \mathcal{D}\underline{\mathbf{u}}_M &= \underline{\mathbf{0}} & \Omega_M. \quad (3)
\end{aligned}
$$

+ non-homogeneous boundary, transmission conditions

$\underline{\underline{C}}_C, \underline{\underline{C}}_M, \underline{\underline{e}}$ and $\underline{\underline{\varepsilon}}$ are tensors describing the material properties of the piezoceramic in the linear Voigt model [2] and the metal electrodes, respectively.
The small thickness of the electrodes, which will very likely lead to numerical problems, is taken as cause to introduce an approximative asymptotic model [1], which substitutes the electrode and the corresponding boundary and transmission conditions by nonstandard interface conditions on their middle lines/planes.
The lecture will concentrate on two aspects: the calculation of the stress exponent and the stress intensity factors for the asymptotic model.
In the 2D case it can be proved, that the displacement and the potential field can be written as a series in polar coordinates in the neighbourhood of an electrode tip

$$
\underline{\mathbf{U}} = \begin{pmatrix} \mathbf{u} \\ \Phi \end{pmatrix} = \sum_i a_i r^{\alpha_i} \underline{\mathbf{g}}_i(\theta).
$$

Here, a_i are the stress intensity factors and $(\alpha_i, \underline{\mathbf{g}}_i(\theta))$ eigenpairs of a quadratic eigenvalue problem. We introduce this quadratic eigenvalue problem and give a weak formulation. Then, a one-dimensional finite element method together with the Arnoldi algorithm are used in order to solve it numerically.
There are different approaches for the calculation of the stress intensity factors a_i. We discuss some of them for the Dirichlet problem exemplarily and apply one to our asymptotic piezoelectric model.

References

[1] W. Geis, G. Mishuris, A.-M. Sändig, *A mathematical model for piezoelectric multilayer actuators*

[2] W. Voigt, *Lehrbuch der Kristallphysik*, Teubner-Verlag Leipzig , 1910

[3] M. Bochniak, *Analytische und numerische Behandlung von Spannungssingularitäten in elastischen Strukturen* Doktorarbeit, Universität Stuttgart, 2000

[4] D. Gross, *Bruchmechanik 1, Grundlagen, Lineare Bruchmechanik*, Springer Verlag, Berlin, 1992

[5] B. Szabo, Z. Yosibash, *Numerical Analysis of Singularities in two dimensions. Part 2: Computation of generlalized flux/stress intensity factors*, International journal for numerical methods in engineering, 39, 1996

An inexact primal-dual active set strategie for multibody contact problems

Stefan Hüeber

The numerical simulation of nonlinear multibody contact problems plays an important role for a wide range of technical applications. For such problems, nonconforming domain decomposition techniques provide a powerful tool. Introducing the contact pressure as an additional unknown, a saddle point formulation which is equivalent to a variational inequality can be obtained. This approach can be analyzed within the abstract mortar setting. For the discretization, we use lowest and second order finite elements and the corresponding dual Lagrange mulipliers, respectively. New optimal a priori error estimates for the discretization error are achieved.

We use a primal-dual active set strategy to find the actual contact zone. Combining this approach with an optimal multigrid method as solver for the resulting linear problems and with inexact techniques yields to an efficient iterative solver for the non-linear problems. In the case of multibody systems, a basis transformation enables us to apply the active set strategy as in the case of only one body. We consider the influence of the initial choice of the active set to the necessary number of iterations, until the correct active set is found and compare the performance of the exact and inexact strategy. To handle the non-linearity of the material law, Newton methods are used. We compare the case of linear elasticity with a St. Venant Kirchhoff (geometrical non-linear) and a Neo–Hooke material. Various numerical examples will show the flexibility of our method.

References

[1] S. Hüeber and B. Wohlmuth (2003), *A primal-dual active strategy for non–linear multibody contact problems*, Preprint, Universität Stuttgart, SFB 404; To appear in Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering.

[2] S. Hüeber and M. Mair and B. Wohlmuth (2003), *A priori error estimates and an inexact primal-dual active set strategy for linear and quadratic finite elements applied to multibody contact problems*, Preprint, Universität Stuttgart, SFB 404; To appear in Applied Numerical Mathematics.

On Multivariate Barycentric Lagrange Interpolation, Dimension-Adaptive Sparse Grids and their Application to Fuzzy Arithmetic

Andreas Klimke

In a recent review paper, Berrut and Trefethen [1] suggest that Barycentric Lagrangian interpolation should be the preferred method of polynomial interpolation due to its numerical stability and computational efficiency. Hence, Barycentric interpolation is reviewed and extended to the multivariate case. Suitable algorithms are presented. Furthermore, the concepts of dimension-adaptive sparse grid interpolation are discussed. Dimensional adaptivity was suggested by Gerstner and Griebel [2] to tackle high-dimensional integration problems in an efficient way. This approach is adapted to the interpolation problem. Finally, the presented approaches are applied to solve the extension principle arising in uncertainty modeling with fuzzy numbers, illustrated by numerical applications to dynamic systems.

References

[1] J.-P. Berrut and L. N. Trefethen. Barycentric Lagrange interpolation. *SIAM Review*, 46(3):501–517, 2004.

[2] T. Gerstner and M. Griebel. Dimension-adaptive tensor-product quadrature. *Computing*, 71(1):65–87, 2003.

Convergence of low order finite element approximations based on the Hu-Washizu formulation in the incompressible limit

Bishnu Lamichhane

We examine the classical Hu-Washizu mixed formulation for plane problems in elasticity with the emphasis on behavior in the incompressible limit. We introduce the modified formulation and show that the continuous problem is uniformly well-posed in the incompressible limit. Conditions for uniform convergence will be presented for the discrete formulation with particular choices of approximations based on quadrilateral elements. These choices include bases that are well known, as well as newly constructed bases. We support our theoretical results through some numerical examples.

References

[1] B.P. Lamichhane, B.D. Reddy and B.I. Wohlmuth: *Convergence in the incompressible limit of finite element approximations based on the Hu-Washizu formulation*, Preprint: University of Stuttgart, SFB 404 (2004).

An operator splitting method for the Cahn-Larché system

Thomas Merkle, Robert Bosch GmbH, AE/EDP5

In this lecture we study a mathematical model of diffusive phase separation taking into account mechanical interactions. We consider a binary alloy, for example a Sn-Pb or Sn-Ag system, which is modelled as a mixture of two different components. We observe the phase separation process in a time interval $(0, T)$, where the alloy occupies a polygonal domain $\Omega \subset \mathbb{R}^2$.

The phase separation model contains a fourth order parabolic equation for the mass concentration c coupled with a second order elliptic equation for the displacement $\boldsymbol{u}$. Originally, this diffusive phase interface model was derived by Cahn and Larché, [3]. In order to analyse solder, it is necessary to consider a concentration depending mobility tensor $\boldsymbol{M}$ as well as a concentration depending strain energy W in the mathematical modelling. The generalised model has the form

$$\begin{aligned}
\dot{c} + \operatorname{div}_{\boldsymbol{x}}(\boldsymbol{M}(c)\nabla_{\boldsymbol{x}}\mu) &= 0 && (0,T)\times\Omega,\\
\mu &= -\operatorname{div}_{\boldsymbol{x}}(\boldsymbol{\Gamma}\nabla_{\boldsymbol{x}} c) + \psi_{,c}(c) + W_{,c}(c, \boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{u})) && (0,T)\times\Omega,\\
-\operatorname{div}_{\boldsymbol{x}}(W_{,\boldsymbol{\varepsilon}}(c, \boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{u}))) &= \boldsymbol{0} && (0,T)\times\Omega.
\end{aligned}$$

In the case of a solder alloy the surface stress tensor $\boldsymbol{\Gamma}$ is extremely small and the diffusion process is dominated by the concave part of the Gibbs free energy ψ. Due to this fact classical Faedo-Galerkin methods, which are presented in [1, 2, 4], lead to highly oscillating solutions along phase interfaces. In order to avoid this numerical instability, we split the Gibbs free energy $\psi = \psi^+ + \psi^-$ into a convex function ψ^+ and a concave function ψ^-. The convex function ψ^+ is discretised implicitly, whereas for the concave function ψ^- an explicit discretisation is used.

Finally various numerical simulations are presented, which obviously demonstrate the influence of the mechanical behaviour on the diffusion process. In particular we show examples, which display the development of different micro structures depending on external loadings.

References

[1] Garcke, H., Rumpf, M. and Weikard, U. (2001), *The Cahn-Hilliard equation with elasticity finite element approximation and qualitative studies*, Interfaces and Free Boundaries (3), 101-118

[2] Garcke, H. and Weikard, U.(2004), *Numerical Approximation of the Cahn-Larche equation*, Preprint 115, (Schwerpunktprogramm 1095) DFG: Analysis, Modeling and Simulation of Multiscale Problems

[3] Larché, F. C. and Cahn, J. W. (1982), *The effect of self-stress on diffusion in solids*, Acta Metallurgica (30), 1835-1845

[4] Weikard, U. (2002), *Numerische Lösungen der Cahn-Hilliard-Gleichung und der Cahn-Larché-Gleichung*, Dissertationsschrift, Friedrich-Wilhelms-Universität, Bonn

Efficient Iterative Solvers for Boundary Element Tearing and Interconnecting Methods

Günther Of

The Boundary Element Tearing and Interconnecting (BETI) methods have recently been introduced in [1] as boundary element counterparts of the well-established Finite Element Tearing and Interconnecting (FETI) methods. As domain decomposition methods, the BETI methods are efficient parallel solvers for large scale boundary element equations. Several systems of linear equations for the BETI formulation, namely a Schur complement system, a saddle point problem and a twofold saddle point problem, are discussed and compared to each other. In addition different iterative solvers are used. Efficient preconditioners are used for the local boundary integral operators and the realization of BETI preconditioners is discussed. Sparse approximations of the occurring boundary integral operators are realized by the use of the Fast Multipole Method.

References

[1] U. Langer, O. Steinbach (2003), *Boundary element tearing and interconnecting methods*, Computing 71, 205-228.

Technologies of the finite volume element method for solution of convection-diffusion problems on simplicial meshes

Tatiana Voitovich

We consider technological aspects of the finite volume element method (also called box method or control-volume finite element method, in early formulations) for the solution of convection-diffusion problems on simplicial meshes.

Two issues are addressed that constitute an essential component for the development of high-order accurate finite volume element schemes: exact integration of interpolation polynomials and construction of upwind schemes. For the exact integration of polynomials in the finite volume element method, we introduce new classes of integration formulas, for the exact integration of generic monomials in simplex (barycentric) coordinates over barycentric dual meshes. Procedures for the derivation of values of the integrals, for monomials of arbitrary order, are developed, and values of the integrals for the relevant cases are given. For the construction of upwind schemes on the compact simplicial stencils we combine and develop principles of the flow-oriented (FLO) upwind scheme of C. Prakash and S. Patankar [1] and the mass-weighted (MAW) upwind scheme of G. E. Schneider, M. J. Raw and S. Rida [2, 3]. We introduce a concept of local weights matrix of an upwind scheme; a design principle of weighting of the local mass fluxes with the use of asymmetric profiles of the solution is proposed.

Numerical examples include finite volume element solution of incompressible flow problems.

References

[1] C. Prakash, S. V. Patankar (1985) A control volume-based finite-element method for solving the Navier-Stokes equations using equal-order velocity-pressure interpolation, *Numer. Heat Transfer*, **8**, 259-280.

[2] G. E. Schneider and M. J. Raw (1986) A skewed positive influence coefficient procedure for control-volume-based finite-element convection-diffusion computation, *Numer. Heat Transfer*, **9**, 1-26.

[3] S. Rida, F. McKenty, F. L. Meng, M. Reggio (1995) A staggered control volume scheme for unstructured triangular grids, *Int. J. Numer. Methods Fluids*, **25**, 697-681.

Mehrgittermethoden zu elliptischen Randwertproblemen bei nicht aufgelöstem Dirichlet/Neumann-Übergang

Alexander Weiß

In diesem Vortrag werden Finite-Element-Methoden für elliptische Randwertprobleme betrachtet, bei denen der Übergang zwischen Dirichlet- und Neumann-Randbedingung nicht vom groben Gitter aufgelöst wird. Es werden 3 mögliche Ansätze zur Behandlung dieser nichtaufgelösten Übergänge vorgestellt und die optimale Konvergenz des Mehrgitteralgorithmus nachgewiesen.

Die erste Möglichkeit ist eine Vergrößerung des Dirichlet-Randes. Man erhält dabei konforme Finite-Element-Räume, es muss jedoch überprüft werden, ob diese noch immer eine Approximationseigenschaft erfüllen. Eine Verkleinerung des Dirichlet-Randes führt auf nichtkonforme Finite-Element-Räume. Die Approximationseigenschaft ist hier in natürlicher Weise erfüllt, jedoch macht die Nichtkonformität Probleme. Als letzte Möglichkeit bietet sich eine hierarchische Modifikation der Basisfunktionen an. Dadurch erhält man konforme geschachtelte Räume, es muss jedoch gezeigt werden, dass für die zugehörige Steifigkeitsmatrix auch noch die Glättungseigenschaften erfüllt sind.

In numerischen Beispielen werden die theoretischen Ergebnisse verifiziert. Obwohl die Konvergenzraten des Mehrgitteralgorithmus stets beschränkt bleiben, stellt es sich heraus, dass nicht alle Ansätze gleich gute Konvergenzraten liefern.

References

[1] Alexander Weiß (2004), *Mehrgittermethoden zu elliptischen Randwertproblemen bei nicht aufgelöstem Dirichlet/Neumann-Übergang*, Diplomarbeit.

Teilnehmer

1. **Berres, Stephan**
Universität Stuttgart
Institut für Angewandte Analysis
und Numerische Simulation
Pfaffenwaldring 57, 70569 Stuttgart
`berres@mathematik.uni-stuttgart.de`

2. **Breuer, Jens**
Universität Stuttgart
Institut für Angewandte Analysis
und Numerische Simulation
Pfaffenwaldring 57, 70569 Stuttgart
`breuerjs@mathematik.uni-stuttgart.de`

3. **Brunßen, Stephan**
Universität Stuttgart
Institut für Angewandte Analysis
und Numerische Simulation
Pfaffenwaldring 57, 70569 Stuttgart
`brunssen@mathematik.uni-stuttgart.de`

4. **Bürger, Raimund**
Universität Stuttgart
Institut für Angewandte Analysis
und Numerische Simulation
Pfaffenwaldring 57, 70569 Stuttgart
`buerger@mathematik.uni-stuttgart.de`

5. **Chavan, Kishor**
Universität Stuttgart
Institut für Angewandte Analysis
und Numerische Simulation
Pfaffenwaldring 57, 70569 Stuttgart
`chavan@mathematik.uni-stuttgart.de`

6. **Flemisch, Bernd**
Universität Stuttgart
Institut für Angewandte Analysis
und Numerische Simulation
Pfaffenwaldring 57, 70569 Stuttgart
`flemisch@mathematik.uni-stuttgart.de`

7. **Geis, Winfried**
Universität Stuttgart
Institut für Angewandte Analysis

und Numerische Simulation
Pfaffenwaldring 57, 70569 Stuttgart
geis@mathematik.uni-stuttgart.de

8. **Hüeber, Stefan**
Universität Stuttgart
Institut für Angewandte Analysis
und Numerische Simulation
Pfaffenwaldring 57, 70569 Stuttgart
hueeber@mathematik.uni-stuttgart.de

9. **Klimke, Andreas**
Universität Stuttgart
Institut für Angewandte Analysis
und Numerische Simulation
Pfaffenwaldring 57, 70569 Stuttgart
klimke@mathematik.uni-stuttgart.de

10. **Knees, Dorothee**
Universität Stuttgart
Institut für Angewandte Analysis
und Numerische Simulation
Pfaffenwaldring 57, 70569 Stuttgart
kneesde@mathematik.uni-stuttgart.de

11. **Kolbe, Werner**
Universität Stuttgart
Institut für Angewandte Analysis
und Numerische Simulation
Pfaffenwaldring 57, 70569 Stuttgart
kolbe@mathematik.uni-stuttgart.de

12. **Lamichhane, Bishnu**
Universität Stuttgart
Institut für Angewandte Analysis
und Numerische Simulation
Pfaffenwaldring 57, 70569 Stuttgart
lamichhane@mathematik.uni-stuttgart.de

13. **Mair, Michael**
Universität Stuttgart
Institut für Angewandte Analysis
und Numerische Simulation
Pfaffenwaldring 57, 70569 Stuttgart
mair@mathematik.uni-stuttgart.de

14. **Merkle, Thomas**
Robert Bosch GmbH
AE/EKK 5 und
Universität Stuttgart
Institut für Angewandte Analysis
und Numerische Simulation
Pfaffenwaldring 57, 70569 Stuttgart
`merkle@mathematik.uni-stuttgart.de`

15. **Cholgyu O**
Universität Stuttgart
Institut für Angewandte Analysis
und Numerische Simulation
Pfaffenwaldring 57, 70569 Stuttgart
`ocholgyu@mathematik.uni-stuttgart.de`

16. **Of, Günther**
Universität Stuttgart
Institut für Angewandte Analysis
und Numerische Simulation
Pfaffenwaldring 57, 70569 Stuttgart
`of@mathematik.uni-stuttgart.de`

17. **Sändig, Anna-Margarete**
Universität Stuttgart
Institut für Angewandte Analysis
und Numerische Simulation
Pfaffenwaldring 57, 70569 Stuttgart
`saendig@mathematik.uni-stuttgart.de`

18. **Voitovich, Tatiana**
Universität Stuttgart
Institut für Angewandte Analysis
und Numerische Simulation
Pfaffenwaldring 57, 70569 Stuttgart
`voitovitch@mathematik.uni-stuttgart.de`

19. **Weiß, Alexander**
Universität Stuttgart
Institut für Angewandte Analysis
und Numerische Simulation
Pfaffenwaldring 57, 70569 Stuttgart
`weiss@mathematik.uni-stuttgart.de`

20. **Wendland, Wolfgang**
Universität Stuttgart

Institut für Angewandte Analysis
und Numerische Simulation
Pfaffenwaldring 57, 70569 Stuttgart
wendland@mathematik.uni-stuttgart.de

21. **Wohlmuth, Barbara**
Universität Stuttgart
Institut für Angewandte Analysis
und Numerische Simulation
Pfaffenwaldring 57, 70569 Stuttgart
wohlmuth@mathematik.uni-stuttgart.de

J. Breuer, A.-M. Sändig (eds.)
Pfaffenwaldring 57
70569 Stuttgart
Germany
WWW: `http://ians.uni-stuttgart.de`

Erschienene Preprints ab Nummer 2004/001

Komplette Liste: `http://preprints.ians.uni-stuttgart.de`

2004/001 *Geis, W., Mishuris, G., Sändig, A.-M.:* 3D and 2D asymptotic models for piezoelectric stack actuators with thin metal inclusions

2004/002 *Klimke, A., Wohlmuth, B.:* Computing expensive multivariate functions of fuzzy numbers using sparse grids

2004/003 *Klimke, A., Wohlmuth, B., Willner, K.:* Uncertainty modeling using efficient fuzzy arithmetic based on sparse grids: applications to dynamic systems

2004/004 *Flemisch, B., Mair, M., Wohlmuth, B.:* Nonconforming discretization techniques for overlapping domain decompositions

2004/005 *Sändig, A.-M.:* Vorlesung Mathematik für Informatiker und Softwaretechniker I, WS 2003/2004

2004/006 *Bürger, R., Karlsen, K. H., Towers, J. D.:* Closed-form and finite difference solutions to a population balance model of grinding mills

2004/007 *Berres, S., Bürger, R., Tory, E. M.:* Applications of Polydisperse Sedimentation Models

2004/008 *Bürger, R., Karlsen, K. H., Towers, J. D.:* A model of continuous sedimentation of flocculated suspensions in clarifier-thickener units

2004/009 *Bürger, R., Karlsen, K. H., Towers, J. D.:* Mathematical model and numerical simulation of the dynamics of flocculated suspensions in clarifier-thickeners

2004/010 *Lehrstühle: Wendland, Wohlmuth, Abteilungen: Gekeler. Sändig:* Jahresbericht 2003

2004/011 *Sändig, A.-M. (Hrsg.), Knees, D. (Hrsg.):* Nichtlineare Funktionalanalysis mit Anwendungen in der Festkörpermechanik

2004/012 *Wendland, W.L.:* Vorlesungsskript Partielle Differentialgleichungen

2004/013 *Steinbach, O. (ed.):* Seminarbericht: Hierarchische Matrizen

2004/014 *Sändig, A.-M.:* Vorlesung Mathematik für Informatiker und Softwaretechniker II, SS 2004

2004/015 *Langer, U., Steinbach, O., Wendland, W. L. (eds):* Workshop on Adaptive Fast Boundary Element Methods in Industrial Applications, Söllerhaus, 29.9.-2.10.2004.

2004/016 *Steinbach, O.:* Vorlesung Hierarchische Matrizen

2004/017 *Bürger, R. (Hrsg.):* Seminarbericht Einführung in die Mathematische Biologie

2004/018 *Bürger, R., Frid, H.,Karlsen, K. H.:* On the well-posedness of entropy solutions to conservation laws with a zero-flux boundary condition

2004/019 *Lehrstühle: Wendland, Wohlmuth, Abteilungen: Gekeler, Sändig:* Jahresbericht 2004

2004/020 *Ronaldo. F. Nunes, Andreas Klimke, José R. F. Arruda:* On Estimating Frequency Response Function Envelopes using the Spectral Element Method and Fuzzy Sets

2004/021 *Djoko, J. K., Lamichhane, B. P., Reddy, B. D., Wohlmuth, B. I.:* Conditions for Equivalence between the Hu-Washizu and Related Formulations, and Computational Behavior in the Incompressible Limit

2004/022 *Breuer, J., Sändig, A.-M. (eds.):* 4. Workshop Analysis und Numerische Methoden für Partielle Differentialgleichungen, Lauterbad, 16.–18. Dezember 2004